

# Lista subiectelor teoretice pentru examenul scris și cel oral - Algebră Liniară - ianuarie 2026

Toate teoremele de mai jos se cer demonstrate, în cazul în care nu se precizează explicit contrariul (doar enunț).

1. Aplicații liniare (operatori liniari) între spații liniare - definiție, exemple, contraexemple.
2. Imaginea și nucleul unei aplicații liniare. Definiție, exemple, demonstrarea faptului că sunt subspații liniare. Rangul și defectul unei aplicații liniare. Teorema ce dă legătura între dimensiunile imaginii și nucleului unei aplicații liniare. Teoremele ce dau condiții necesare și suficiente ca o aplicație liniară să fie injectivă, surjectivă, respectiv bijectivă.
3. Matricea unei aplicații liniare între spații liniare de dimensiune finită, în raport cu două baze fixate. Teoremele ce arată cum se modifică aceasta la o schimbare de baze, matricea lui  $T^{-1}$ , pentru un izomorfism  $T$ , matricea compunerii a două aplicații liniare. Dimensiunile spațiilor liniare domeniu și codomeniu vor fi precizate (2 sau 3).
4. Izomorfisme de spații liniare. Definiție, exemple. Două spații liniare de dimensiuni finite sunt izomorfe dacă și numai dacă au aceeași dimensiune.
5. Vectori proprii ai unui endomorfism liniar  $T : V \rightarrow V$ . Rădăcini caracteristice și valori proprii pentru  $T$ . Polinom caracteristic. Subspații proprii invariante  $V(\lambda)$ . Legătura între dimensiunea lui  $V(\lambda)$  și multiplicitatea lui  $\lambda$ . Definiția endomorfismului diagonalizabil. Cele două teoreme de diagonalizare.
6. Aplicații biliniare, simetrice, forme pătratice, definiții, exemple și contraexemple. Matricea unei aplicații biliniare, respectiv a unei forme pătratice în raport cu o bază, rangul lor. Formă canonică a unei forme pătratice. Enunțul teoremei inerției a lui Sylvester. Exemple de forme pătratice pozitiv/negativ definite, nedefinite.
7. Spații liniare euclidiene (reale). Definiția produsului scalar, exemple, contraexemple. Definiția normei induse de produsul scalar, demonstrarea tuturor proprietăților normei, inclusiv inegalitățile Cauchy și Minkowski. Unghiul (neorientat) dintre doi vectori, definiție.
8. Vectori ortogonali. Subspații ortogonale. Suplementul ortogonal al unui subspațiu liniar euclidian. Definiție, teorema ce asigură existența și unicitatea lui. Legătura între sisteme ortogonale de vectori și sisteme liniar independente. Baze ortonormate, schimbări de baze ortonormate. Enunțarea procedurii de ortonormare Gram-Schmidt.

**Observație - exercițiile vor fi din toată materia predată în cursurile 6-14 (începând cu aplicații liniare), nu doar din subiectele de mai sus.**

Modul de notare la disciplina Algebră liniară

Evaluare continuă:

Lucrare scurtă (probleme) în săptămâna 5

Parțial (teorie și probleme din aproximativ prima jumătate a materiei) în săptămâna 8

Rezolvarea de probleme în timpul seminarului

Lucrarea scurtă și/sau parțialul pot fi redată de studenții care au lipsit motivat (adeverință medicală) în săptămâna 14.

În sesiunea de examene se dă o probă practică - un test scris din a doua jumătate a materiei, cu aplicații și teorie, urmat de întrebări pe baza lucrării scrise, sau de tragerea unui bilet cu teorie și o aplicație simplă.

Mai exact, pentru studenții care vor avea la testul scris nota minim 5, se vor pune 3,4 întrebări pe baza răspunsurilor din testul scris, legate atât de teorie cât și de aplicații. Nota la proba practică va fi cea de la testul scris mărită sau micșorată cu maxim 1 punct în funcție de răspunsurile la întrebările pe baza tezei.

Studenții care au nota la testul scris suprinsă între 4 și 5 vor extrage un bilet ce va conține un subiect teoretic și o aplicație, vor prezenta la tabla partea de teorie. Nota la proba practică va fi media aritmetică între nota la testul scris și cea de la oral.

Pentru studenții care au nota de la testul scris mai mică decât 4, nota la proba practică va fi nota de la testul scris. Nu vor mai răspunde la alte întrebări.

N1= Notă lucrare scurtă N2= Notă parțial N3 = Nota la activitatea din timpul seminariilor N4= Nota la proba practică

Nota finală =  $15\%N1+25\%N2+10\%N3+50\%N4$

Pentru promovare, nota finală trebuie să fie minim 5.

În sesiunea de restanțe se poate reda doar proba practică dacă a fost anterior notată cu mai puțin de 5.

Se respectă formula de notare pentru nota finală.

Studenții care doresc mărirea notei pot da în restanțe examen de mărire, repetând proba practică. Interesați-vă la secretariat în ce condiții puteți da examen de mărire.